



Atividades A1 - Álgebra Linear e Geometria Analítica I

Prof: Roberto Carvalho

Aluno: Pedro Henrique Rocha de Andrade

1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 1 & -4 \end{bmatrix}_{4 \times 4}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 4 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $E = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

a) $A+B$ $b) D+E$

$$A+B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 8 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 4 & 8 & 6 & -3 \end{bmatrix} \checkmark$$

$$D+E = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} \checkmark$$

c) $A \cdot B$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 24 & 26 & -8 \\ 4 & 10 & 10 & -4 \\ -1 & -1 & -4 & -2 \\ 13 & 30 & 35 & -8 \end{bmatrix} \checkmark$$

d) $B \cdot D$

$$B \cdot D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 1 & -4 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \\ 7 \\ 6 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \checkmark$$

e) $A \cdot C$

$$A \cdot C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 4 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$$

f) A^t $g) F^t$

$$A^t = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

b) $\det A$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 \rightarrow L_2 - 2L_1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_4 \rightarrow L_4 - 3L_1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_3 \rightarrow L_3 + L_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_4 \rightarrow L_4 + (-1)L_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

i)

Resposta

2. a) 1 ou -1?

$$\begin{aligned} 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 - 4 \cdot 1 + 1 \cdot 1 &= 0 & x_1 &= 2 & 2 \cdot 2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 4 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) &= 0 \\ 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 &= 4 & x_2 &= \frac{1}{2} \\ 0 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 &= -2 & x_3 &= 1 \\ 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 5 \cdot 1 + 1 \cdot 1 &= 3 & x_4 &= (-1) \end{aligned}$$

$Cx = 0$ n' é possível

$\rightarrow$ tirar duvidas das outras letras: b, c, d, e

B não tem determinante

D = E? como

C = D não entendi como fazer.

3. a)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 4 & -1 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 4 & -1 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_4 \rightarrow L_4 + L_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 6 & -1 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} L_4 \rightarrow L_4 - (-6)L_2 \\ L_3 \rightarrow L_3 - (3)L_2 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_4 \rightarrow L_4 - \left(\frac{7}{3}\right)L_3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

b) $P = 3$
 $N = 2$
 n' possível

Conferir el Roberto (tirar duvidas)

4)

$$a) \begin{cases} 0x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 0x_4 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 0x_3 + x_4 = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_3 \rightarrow L_3 - (-1)L_1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_3 \rightarrow L_3 - L_2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad P=2 \quad \text{Se considerar o resultado, } p=2 \\ N=2 \quad \text{e tem solucao}$$

$$b) \begin{cases} 0x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 0x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 0x_3 + x_4 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_3 \rightarrow L_3 - (-1)L_1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_3 \rightarrow L_3 - L_2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad P=3 \quad \text{; considerando resultado} \\ N=1$$

$$c) \begin{cases} x_1 - x_2 + 0x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 8x_4 + 4x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 0x_3 + 3x_4 + x_5 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 1 & 8 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 \rightarrow L_2 - 2L_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_3 \rightarrow L_3 - L_1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_3 \rightarrow (-1)L_3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad P=3 \\ N=2$$