

2ª Lista de Álgebra Linear com Geometria Analítica I
Professor Roberto Luís da Silva Carvalho
Engenharia de Computação

- 1) Escreva o par $(3, 2)$ como combinação linear dos pares $(1, 1)$ e $(1, -1)$.
- 2) Use a representação por fechas e a regra do paralelogramo para calcular:
 - a) A soma $(1, 2) + (2, 3)$;
 - b) A diferença $(2, 3) - (1, 1)$;
 - c) A combinação linear $2(1, 2) + 3(-1, -1)$.
- 3) Quais são os produtos interno e vetorial dos termos $(1, 1, 1)$ e $(1, 2, 3)$?
- 4) Determine as equações:
 - a) que contém o ponto $(1, 1, 1)$ e tem a direção $d = (1, 2, 3)$.
 - b) que contém os pontos $(1, 1, 1)$ e $(1, 2, 3)$;
 - c) um plano contendo a origem e perpendicular a $n = (1, -1, 1)$.
- 5) Qual é o ângulo entre os termos $(\sqrt{3}, 3, 0)$ e $(-1, \sqrt{3}, 0)$.
- 6) Qual é o ângulo entre as retas
$$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = t - 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -t - 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R} ?$$
- 7) Determine a equação das seguintes circunferências:
 - a) de centro na origem e raio 2;
 - b) De centro no ponto $(1, 3)$ e raio 2).
- 8) Qual a distância do ponto $A = (3, 2)$ com a reta $2x - 3y = 3$?
- 9) Qual a distância entre os pontos $A = (1, -1, 2)$ e $B = (2, 1, 2)$?

$$1) \begin{pmatrix} x & y \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } \begin{pmatrix} x & y \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

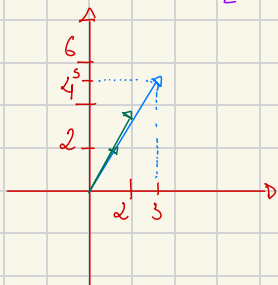
$$3 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$(3, 3) + (2, -2) = (3+2, 3-2) = (5, 1)$$

2. Flechas e paralelogramo

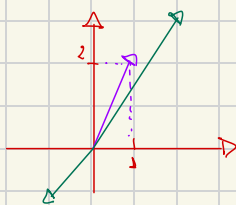
$$a) \text{ Soma } \begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & y \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(1+2, 2+3) = (3, 5)$$



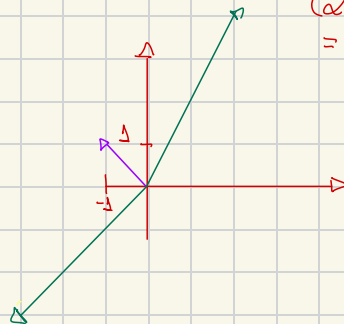
$$b) \text{ A diferença } \begin{pmatrix} x & y \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(2-1, 3-1) = (1, 2)$$



$$c) \text{ Combinação Linear } 2 \begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} x & y \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(2, 4) + (-3, -3) = (2+(-3), 4+(-3)) = (-1, 1)$$



3) P. Interno P. Vetorial

$$\text{Interno: } (1, 1, 1) \cdot (1, 2, 3) = (1 \cdot 1) + (1 \cdot 2) + (1 \cdot 3) = 6$$

$$\text{Vetorial: } (1, 1, 1) \times (1, 2, 3) = (1 \cdot 3 - 2 \cdot 1, 1 \cdot 1 - 1 \cdot 3, 1 \cdot 2 - 1 \cdot 1) \\ = (3-2, 1-3, 2-1) \\ = (1, -2, 1)$$

$$4. \text{ Determine equações: (Paramétricas)} \quad \begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= \mathbf{r}_0 + t \mathbf{d} \\ \mathbf{r}(t) &= \mathbf{r}_0 + t(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) \end{aligned}$$

$$a) (1, 1, 1) \quad \mathbf{d} = (1, 2, 3)$$

$$(x, y, z) = (1, 1, 1) + t(1, 2, 3)$$

$$b) (1, 1, 1) + t(0, 1, 2)$$

$$c) (1, -1, 1) \cdot (x, y, z)$$

$$(x, -y, z) = 0$$

$$\boxed{x - y + z = 0}$$

$$5. \text{ Ângulo: } \begin{pmatrix} u \\ \sqrt{3}, 3, 0 \end{pmatrix} \text{ e } \begin{pmatrix} v \\ -1, \sqrt{3}, 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{v}\|} = \frac{(\sqrt{3} \cdot -1 + 3 \cdot \sqrt{3} + 0 \cdot 0)}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2 + 0^2}} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{12} \cdot \sqrt{4}} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{-\sqrt{3}}{4 \cdot \sqrt{3}} = \frac{-1}{4} = \theta$$

$$\underline{0,25^\circ}$$

6. Ângulo entre retas

$$\begin{cases} x_1 = t + 1 \\ y_1 = t - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = t + 1 \\ y_2 = -t - 1 \end{cases}$$

$$\mathbf{u} = (1, 1) \\ \mathbf{v} = (1, -1)$$

$$\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{v}\|}$$

$$\frac{(1, 1) \cdot (1, -1)}{\sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1)}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1-1}{2} = \frac{0}{2}$$

São perpendiculares
 $90^\circ \left(\frac{\pi}{2}\right)$

7. Circunferências

a) $x^2 + y^2 = 2$
b) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 2$

8. Distância reta e ponto ($\mathbb{R}^2$)

$A = (3, 2)$ reta = $2x - 3y = 3$
 x y $Ax + By + C = 0$

$d = \frac{Ax + By + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ $2x - 3y - 3 = 0$

$\frac{2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 - 3}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$

9. Distância entre 2 pontos: $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ ($\mathbb{R}^3$)

$A = (1, -1, 2)$ $\sqrt{(2-1)^2 + (1-(-1))^2 + (2-2)^2} = \sqrt{1^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{5}$
 $B = (2, 1, 2)$