

1) Verificar, **mediante tabela-verdade**, a validade dos argumentos:

a) $p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q \vdash r \rightarrow \sim p$

Fórmula: $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \sim q)) \rightarrow (r \rightarrow \sim p)$

p	q	r	$((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \sim q)) \rightarrow (r \rightarrow \sim p)$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

A fórmula $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \sim q)) \rightarrow (r \rightarrow \sim p)$ é uma tautologia.

b) $p \rightarrow \sim q, r \rightarrow p, q \vdash \sim r$

Fórmula: $((p \rightarrow \sim q) \wedge (r \rightarrow p)) \wedge q \rightarrow \sim r$

p	q	r	$((p \rightarrow \sim q) \wedge (r \rightarrow p)) \wedge q \rightarrow \sim r$
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

A fórmula $((p \rightarrow \sim q) \wedge (r \rightarrow p)) \wedge q \rightarrow \sim r$ é uma tautologia.

c) $p \rightarrow q, r \vee \sim q, \sim r \vdash \sim p$

Fórmula: $((p \rightarrow q) \wedge (r \vee \sim q)) \wedge \sim r \rightarrow \sim p$

p	q	r	$((p \rightarrow q) \wedge (r \vee \sim q)) \wedge \sim r \rightarrow \sim p$
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

A fórmula $((p \rightarrow q) \wedge (r \vee \sim q)) \wedge \sim r \rightarrow \sim p$ é uma tautologia.

d) $p \rightarrow (q \vee r), \sim q \vdash p \rightarrow r$

Fórmula: $((p \rightarrow (q \vee r)) \wedge \sim q) \rightarrow (p \rightarrow r)$

p	q	r	$((p \rightarrow (q \vee r)) \wedge \sim q) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

A fórmula $((p \rightarrow (q \vee r)) \wedge \sim q) \rightarrow (p \rightarrow r)$ é uma tautologia.

e) $p \rightarrow \sim q, p, \sim q \rightarrow r \vdash r$

Fórmula: $((((p \rightarrow \sim q) \wedge p) \wedge (\sim q \rightarrow r)) \rightarrow r)$

p	q	r	$((((p \rightarrow \sim q) \wedge p) \wedge (\sim q \rightarrow r)) \rightarrow r)$									
V	V	V	V	F	F	V	F	V	F	V	V	V
V	V	V	V	F	F	V	F	V	F	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V	F	V	V	F	V	F
V	V	F	V	F	F	V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	F	V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	V	V	F	F	F	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	F	F	F	V	V	F
F	F	V	V	V	V	F	F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F	F	V	V	V	F

A fórmula $((((p \rightarrow \sim q) \wedge p) \wedge (\sim q \rightarrow r)) \rightarrow r)$ é uma tautologia.

f) $p \wedge \sim q, \sim r \rightarrow q \vdash p \wedge q$

Fórmula: $((p \wedge \sim q) \wedge (\sim r \rightarrow q)) \rightarrow (p \wedge q)$

p	q	r	$((p \wedge \sim q) \wedge (\sim r \rightarrow q)) \rightarrow (p \wedge q)$									
V	V	V	V	F	F	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	F	V	V	F	F	V	F
V	F	F	V	V	V	F	V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	F	F	V	F	V	V	V	F	F
F	V	F	F	F	F	V	F	V	V	V	V	F
F	F	V	F	F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	F	V	F	V	V	V	V	V	V

A fórmula $((p \wedge \sim q) \wedge (\sim r \rightarrow q)) \rightarrow (p \wedge q)$ é uma contingência.

g) $p \vee (q \vee r), \sim p, \sim r \vdash q$

Fórmula: $((p \vee (q \vee r)) \wedge \sim p) \wedge \sim r \rightarrow q$

p	q	r	$((p \vee (q \vee r)) \wedge \sim p) \wedge \sim r \rightarrow q$									
V	V	V	V	V	V	V	F	F	V	F	V	V
V	V	F	V	V	V	F	F	V	F	V	V	V
V	F	V	V	V	F	V	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F	V	V	V	V	V	F
F	V	V	F	V	V	V	V	F	F	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V	V	V

A fórmula $((p \vee (q \vee r)) \wedge \sim p) \wedge \sim r \rightarrow q$ é uma tautologia.

h) $p \vee \sim q, \sim p, \sim(p \wedge r) \rightarrow q \vdash r$

Fórmula: $((p \vee \sim q) \wedge \sim p) \wedge (\sim(p \wedge r) \rightarrow q) \rightarrow r$

p	q	r	$((p \vee \sim q) \wedge \sim p) \wedge (\sim(p \wedge r) \rightarrow q) \rightarrow r$									
V	V	V	V	V	F	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	F	F	V	V	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	F	F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V

A fórmula $((p \vee \sim q) \wedge \sim p) \wedge (\sim(p \wedge r) \rightarrow q) \rightarrow r$ é uma tautologia.

2) Utilizando **tabelas-verdade**, mostre a validade dos argumentos:

a) $p \rightarrow \sim q, q, \sim p \rightarrow (r \wedge s) \vdash r \wedge s$

Fórmula: $((((p \rightarrow \sim q) \wedge q) \wedge (\sim p \rightarrow (r \wedge s))) \rightarrow (r \wedge s))$

p	q	r	s	$((((p \rightarrow \sim q) \wedge q) \wedge (\sim p \rightarrow (r \wedge s))) \rightarrow (r \wedge s))$
V	V	V	V	V
V	V	V	F	V
V	V	F	V	V
V	V	F	F	V
V	F	V	V	V
V	F	V	F	V
V	F	F	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	V	F	V
F	V	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	V	V
F	F	V	F	V
F	F	F	V	V
F	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	V	F	V
F	V	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	V	V
F	F	V	F	V
F	F	F	V	V
F	F	F	F	V

A fórmula $((((p \rightarrow \sim q) \wedge q) \wedge (\sim p \rightarrow (r \wedge s))) \rightarrow (r \wedge s))$ é uma tautologia.

b) $p \rightarrow (q \wedge r), \sim(q \wedge r), \sim p \rightarrow s \vdash \sim p \wedge s$

Fórmula: $((((p \rightarrow (q \wedge r)) \wedge \sim(q \wedge r)) \wedge (\sim p \rightarrow s)) \rightarrow (\sim p \wedge s))$

p	q	r	s	$((((p \rightarrow (q \wedge r)) \wedge \sim(q \wedge r)) \wedge (\sim p \rightarrow s)) \rightarrow (\sim p \wedge s))$
V	V	V	V	V
V	V	V	F	V
V	V	F	V	V
V	V	F	F	V
V	F	V	V	V
V	F	V	F	V
V	F	F	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	V	F	V
F	V	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	V	V
F	F	V	F	V
F	F	F	V	V
F	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	V	F	V
F	V	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	V	V
F	F	V	F	V
F	F	F	V	V
F	F	F	F	V

A fórmula $((((p \rightarrow (q \wedge r)) \wedge \sim(q \wedge r)) \wedge (\sim p \rightarrow s)) \rightarrow (\sim p \wedge s))$ é uma tautologia.

c) $p \vee q, q \rightarrow r, \sim r \vee s \vdash s$

Fórmula: $((((p \vee q) \wedge (q \rightarrow r)) \wedge (\sim r \vee s)) \rightarrow s)$

p	q	r	s	$((((p \vee q) \wedge (q \rightarrow r)) \wedge (\sim r \vee s)) \rightarrow s)$
V	V	V	V	V
V	V	V	F	V
V	V	F	V	V
V	V	F	F	V
V	F	V	V	V
V	F	V	F	V
V	F	F	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	V	F	V
F	V	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	V	V
F	F	V	F	V
F	F	F	V	V
F	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	V	F	V
F	V	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	V	V
F	F	V	F	V
F	F	F	V	V
F	F	F	F	V

A fórmula $((((p \vee q) \wedge (q \rightarrow r)) \wedge (\sim r \vee s)) \rightarrow s)$ é uma contingência.

d) $(p \wedge q) \rightarrow r, s \rightarrow (p \wedge q), s \vdash q \vee r$

p	q	r	s	(((((p ∧ q) → r) ∧ (s → (p ∨ q))) ∧ s) → (q ∨ r))
V	V	V	V	V
V	V	V	F	V
V	V	F	V	V
V	V	F	F	V
V	F	V	V	V
V	F	V	F	V
V	F	F	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	V	F	V
F	V	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	V	V
F	F	V	F	V
F	F	F	V	V
F	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	V	V	F	F
F	V	F	V	F
F	V	F	F	F
F	F	V	V	F
F	F	V	F	F
F	F	F	V	F
F	F	F	F	F

e) $p \vee q, q \rightarrow r, p \rightarrow s, \sim s \vdash r \wedge (p \vee q)$

[illegible]

1	$p \vee \sim q$	premissa
2	$\sim q \rightarrow r$	premissa
3	$p \rightarrow s$	premissa
4	$\sim r$	premissa
5	$q \rightarrow p$	equiv 1
6	$q \rightarrow s$	SH 5,3

7	$\sim(\sim q)$	MT2,4
8	q	dupla negação
9	s	MP6,8

c) $p \rightarrow q, q \rightarrow \sim r, r, p \vee (s \wedge t) \vdash s$

1	$p \rightarrow q$	premissa
2	$q \rightarrow \sim r$	premissa
3	r	premissa
4	$p \vee (s \wedge t)$	premissa
5	$p \rightarrow \sim r$	SH1,2
6	$\sim p$	MT3,5
7	$s \wedge t$	SD 4,6
8	s	S 7

d) $p \vee q, q \rightarrow r, p \rightarrow s, \sim s \vdash r \wedge (p \vee q)$

1	$p \vee q$	premissa
2	$q \rightarrow r$	premissa
3	$p \rightarrow s$	premissa
4	$\sim s$	premissa
5	$r \vee s$	DC1,2,3
6	r	sd4,5
7	$r \wedge (p \vee q)$	C 6,1

e) $\sim p \vee \sim q, \sim q \rightarrow \sim r, \sim p \rightarrow t, \sim t \vdash \sim r \wedge \sim t$

1	$\sim p \vee \sim q$	premissa
2	$\sim q \rightarrow \sim r$	premissa
3	$\sim p \rightarrow t$	premissa
4	$\sim t$	premissa
5	$\sim r \vee t$	DC1,2,3
6	$\sim r$	SD4,5
7	$\sim r \wedge \sim t$	C4,6

f) $p \rightarrow \sim q, p \vee r, r \rightarrow \sim q, s \rightarrow q, t \vdash s \wedge t$

1	$p \rightarrow \sim q$	premissa
2	$p \vee r$	premissa
3	$r \rightarrow \sim q$	premissa
4	$s \rightarrow q$	premissa
5	t	premissa
6	$\sim q \vee \sim q$	dc1,2,3
7	$\sim q$	idempotentes 6
8	$\sim s$	MT4,7
9	$\sim s \wedge t$	C5,8

g) $\sim p \rightarrow q, q \rightarrow (r \wedge s), p \rightarrow t, \sim t \vdash s$

1	$\sim p \rightarrow q$	premissa
2	$q \rightarrow (r \wedge s)$	premissa
3	$p \rightarrow t$	premissa
4	$\sim t$	premissa
5	$\sim p$	MT3,4
6	q	MP1,5
7	$r \wedge s$	MP2,6
8	s	S7

h) $p \rightarrow q, \sim q \wedge \sim r, \sim r \rightarrow s \vdash p \wedge s$

1	$p \rightarrow q$	premissa
2	$\sim q \wedge \sim r$	premissa
3	$\sim r \rightarrow s$	premissa
4	$\sim q$	S2
5	$\sim p$	MT1,4
6	$\sim r$	S2
7	s	Mp3,6
8	$\sim r \wedge s$	C6,7

i) $p \rightarrow q, p \vee r, \sim r \vdash q \vee s$

1	$p \rightarrow q$	premissa
2	$p \vee r$	premissa
3	$\sim r$	premissa
4	p	SD2,3
5	q	MP1,4
6	$q \vee s$	ad5

j) $p \rightarrow q, q \rightarrow r, (p \rightarrow r) \rightarrow \sim s, s \vee t \vdash t$

1	$p \rightarrow q$	premissa
2	$q \rightarrow r$	premissa
3	$(p \rightarrow r) \rightarrow \sim s$	premissa
4	$s \vee t$	premissa
5	$p \rightarrow r$	SH1,2
6	$\sim s$	MT3,5
7	t	SD4,6

k) $p \vee \sim q, \sim r, p \rightarrow r, \sim q \rightarrow s \vdash s$

1	$p \vee \sim q$	premissa
2	$\sim r$	premissa
3	$p \rightarrow r$	premissa
4	$\sim q \rightarrow s$	premissa
5	$\sim p$	MT2,3
6	$\sim q$	MT1,5
7	s	Mp4,6

l) $r \rightarrow t, s \rightarrow q, (t \vee q) \rightarrow \sim p, r \vee s \vdash \sim p$

1	$r \rightarrow t$	premissa
2	$s \rightarrow q$	premissa
3	$(t \vee q) \rightarrow \sim p$	premissa
4	$r \vee s$	premissa
5	$t \vee q$	Dc1,2,4
6	$\sim p$	MP3,5

m) $p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow \sim s, (p \rightarrow \sim s) \rightarrow \sim t, r \rightarrow t \vdash \sim r$

1	$p \rightarrow \sim q$	premissa
2	$\sim q \rightarrow \sim s$	premissa
3	$(p \rightarrow \sim s) \rightarrow \sim t$	premissa
4	$r \rightarrow t$	premissa
5	$p \rightarrow \sim s$	SH1,2
6	$\sim t$	MP3,5
7	$\sim r$	MT4,6

n) $(p \vee q) \rightarrow \sim r, s \rightarrow p, t \rightarrow q, s \vee t \vdash u \vee \sim r$

1	$(p \vee q) \rightarrow \sim r$	premissa
2	$s \rightarrow p$	premissa
3	$t \rightarrow q$	premissa
4	$s \vee t$	premissa
5	$p \vee q$	DC2,3,4
6	$\sim r$	Mp1,5
7	$u \vee \sim r$	Ad6