

- Leis associativas: $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ e $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$
- Leis distributivas: $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ e $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- Regra da bicondicional: $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

3.6 Conclusões

A presente Unidade apresentou dois conceitos fundamentais para o estudo da lógica proposicional: consequência e equivalência lógicas que definem a base para a definição das regras de inferência. Na próxima unidade estudaremos um pouco mais sobre álgebra proposicional, ou seja, sobre como podemos manipular fórmulas para simplificá-las ou encontrar representações logicamente equivalentes sem a necessidade da construção de tabelas-verdade.

3.7 Estudos complementares

Para os interessados em se aprofundar mais no tema tratado nesta unidade, recomendamos Souza (2008) e Nicoletti (2010). Os leitores poderão encontrar uma gama de resultados teóricos bastante relevantes que necessitam de um tratamento matemático mais formal e rigoroso.

3.8 Exercícios

1) Verifique se as seguintes consequências lógicas são válidas:

- $(\neg p \rightarrow q), (r \wedge \neg q) \models (p \rightarrow r)$
- $(\neg p \rightarrow q) \vee (r \wedge \neg q) \models (p \rightarrow \neg r)$
- $(p \rightarrow q), (r \wedge \neg q) \models (p \rightarrow r)$
- $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg q), \neg q \models (p \wedge \neg q) \vee r$
- $(p \wedge q \wedge r) \rightarrow (\neg r \leftrightarrow \neg q), \neg r \models (p) \rightarrow r$
- $p \rightarrow (q \vee r), p \models (p \wedge q)$
- $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s), \neg(\neg p), q \models s$

$$h) p \models (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$i) p, \neg(\neg(p \rightarrow q)) \models q \vee \neg q$$

$$j) p \leftrightarrow (q \vee r), q \models p$$

$$k) p, (p \wedge q) \rightarrow \neg r, \neg r \rightarrow \neg s \models q \rightarrow \neg s$$

$$l) \neg p \leftrightarrow (\neg q \vee \neg r), r \wedge p \models p$$

2) Mostre que as seguintes equivalências lógicas são válidas:

$$a) \neg(\neg p \vee q) \equiv (p \wedge \neg q)$$

$$b) p \wedge (q \vee p) \equiv p$$

$$c) (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

$$d) (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$$

$$e) (p \rightarrow q) \rightarrow r \equiv (p \wedge \neg r) \rightarrow \neg q$$

$$f) ((p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s)) \equiv \neg((\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg r \vee s))$$

3) Considere a seguinte sentença como verdadeira:

Se Maria for à escola, então Gabriel ou Paula irão, e se Maria não for à escola, então Paula e Rafael irão.

a) Escreva a sentença utilizando a linguagem da lógica proposicional.

b) É possível chegar a conclusão de quem certamente irá à escola? (Tente mostrar que ao menos uma das sentenças *Paula vai a escola*, *Gabriel vai a escola*, *Rafael vai a escola* é consequência lógica da sentença dada).

c) Refaça o exercício trocando o conectivo *ou* (entre Gabriel ou Paula) pelo conectivo *e*. O que acontece nesse caso?

3.9 Referências

NICOLETTI, M. C. *A Cartilha da Lógica*. 2. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2009.

SOUZA, J. N. *Lógica para Ciência da Computação*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.